

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Вариант № 5

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (В1–В12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

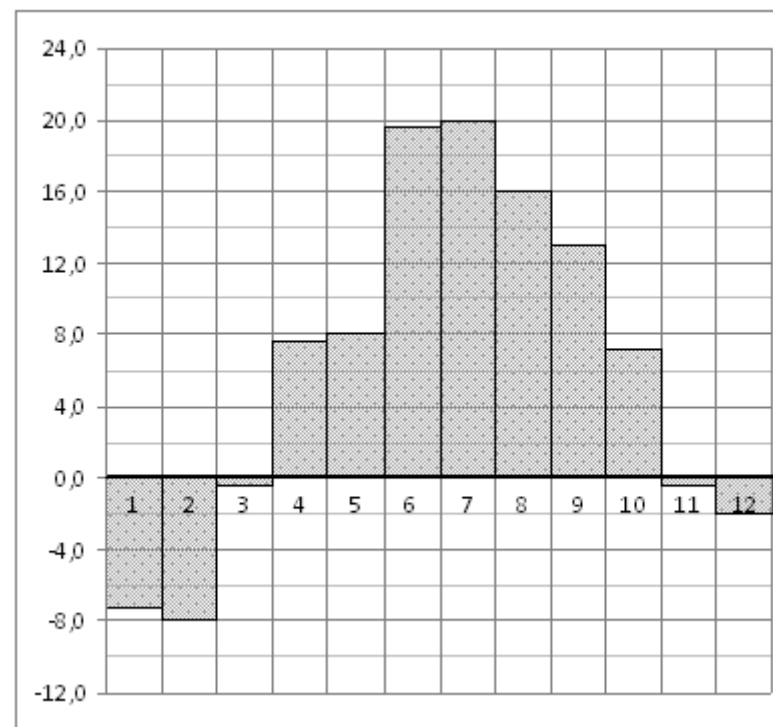
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

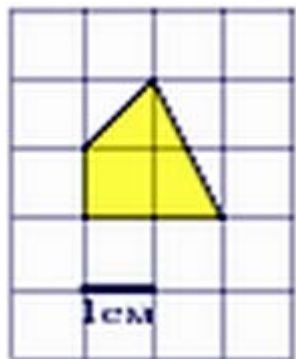
Часть 1

Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

- В1** Мобильный телефон стоил 3500 рублей. Через некоторое время цену на эту модель снизили до 2800 рублей. На сколько процентов была снижена цена?
- В2** На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура не превышала 4 градуса Цельсия.



В3 Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



В4 Строительный подрядчик планирует купить 5 тонн облицовочного кирпича у одного из трех поставщиков. Вес одного кирпича 5 кг. Цены и условия доставки приведены в таблице. Во сколько рублей обойдется наиболее дешевый вариант покупки?

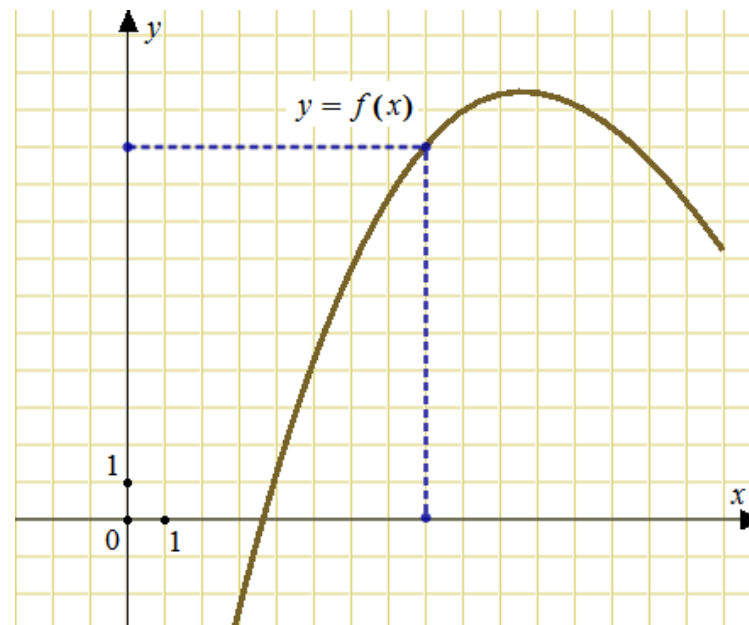
Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.)	Специальные условия
А	17	7000	Нет
Б	18	6000	Если стоимость заказа выше 50000 руб., доставка бесплатно
В	19	5000	При заказе свыше 60000 руб. доставка со скидкой 50%.

В5 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$.

В6 В треугольнике ABC $AC = BC$, AH — высота, $\operatorname{tg}BAC = 2$. Найдите $\operatorname{tg}BAH$.

В7 Найдите значение выражения $\frac{3^{6,5}}{9^{2,25}}$.

В8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 8. Найдите значение производной функции в точке $x_0 = 8$.

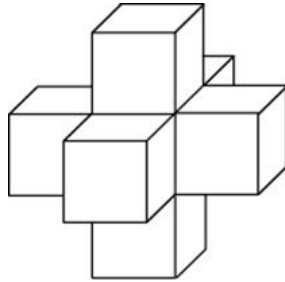


В9 Площадь боковой поверхности цилиндра равна 2π , а высота — 1. Найдите диаметр основания.

В10 Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

- В11** Найдите площадь поверхности пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



- В12** Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right),$$

где m — масса воды в килограммах, v — скорость

движения ведёрка в м/с, L — длина верёвки в метрах, g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

- В13** Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвёртый раз поравняется с часовой?

- В14** Найдите точку минимума функции $y = 7^{x^2+2x+3}$.

С1 Дано уравнение $\sin x \cdot \left(\sin x \cdot \cos^{-1} x + \frac{1}{3} \right) = \sqrt{3} \cdot \left(\sin x + \frac{1}{3} \cos x \right)$

а) Решите уравнение.

б) Найдите корни на промежутке $\left[-2\pi; \frac{3\pi}{2} \right]$.

- С2** Сфера с центром в точке O вписана в прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите угол между прямыми $B_1 O$ и BK , где K — середина DC .

- С3** Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x^2 + \sqrt{3x^4 - 9x^2 + 1} - 9}{2 + |3x + 2x^3| + 3\sqrt{7x + 8x^4 + 9x^2}} \geq 0, \\ \sqrt{x - 6 + x^2} + \sqrt{9(x + 2) + x^2} \leq 0. \end{cases}$$

- С4** Дан треугольник ABC , в котором $AC = CB$, а синус угла C равен 1. Треугольник ABD — равнобедренный, с боковой стороной равной 10. Найдите площадь треугольника ABC .

- С5** Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $a + 2x + 5\sqrt{2x+1} > -(2ax+3)$ всегда выполняется для любого x , принадлежащего промежутку $[0; 1,5]$.

С6 Есть набор чисел $p_n = \frac{2n^2 + 4n - 16}{4(n-2)}$, где $p_n, n \in \mathbb{N}$. Число A имеет вид

$$A = \frac{a_i a_j}{[k]} \quad (A \in \mathbb{N}), \text{ где } a_i, a_j - \text{ различные числа } p, k - \text{ среднее}$$

арифметическое всех чисел p , а $[x]$ - целая часть от числа x .

а) Найти наименьшее возможное и наибольшее возможное число A , если $1 \leq n \leq 10$.

б) Найдите наименьшее n , при котором число A больше 20.

в) Найдите при каком минимальном n , выполняется равенство $A \cdot [k] = 40$.